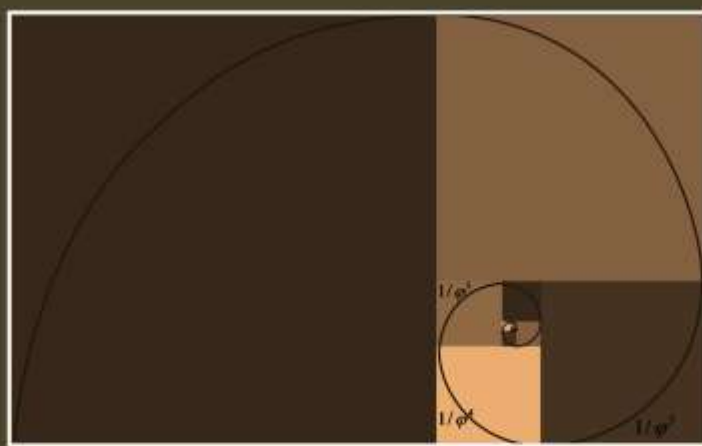
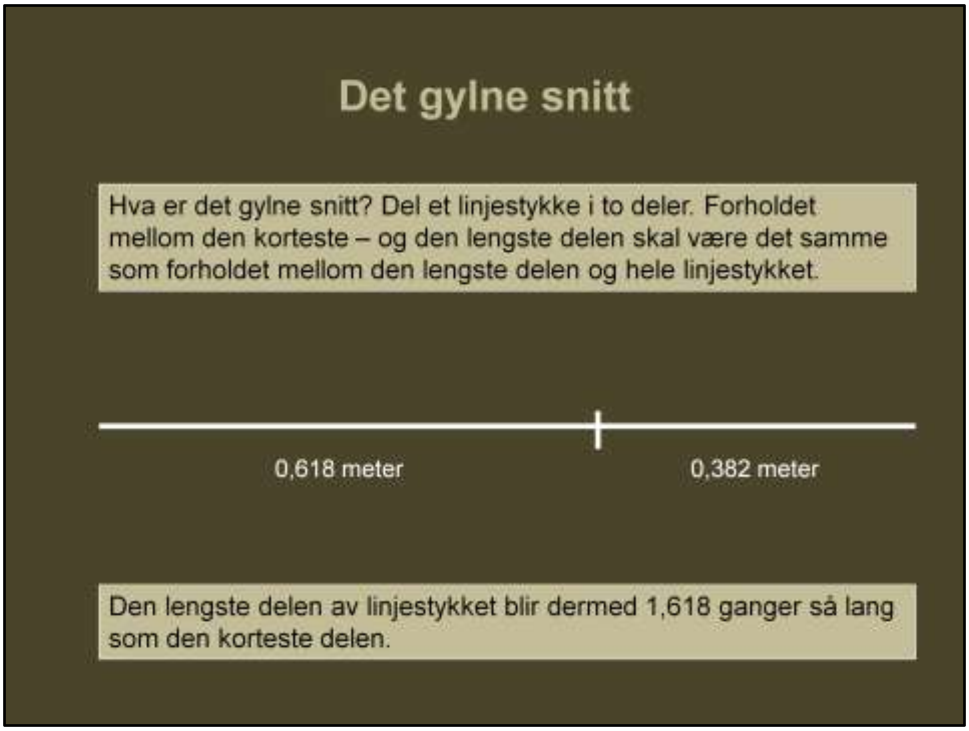
Det gylne snitt



Hvilket rektangel liker du best? Foreta denne uhøytidelige og svært uvitenskapelige undersøkelsen for å se om et flertall av elevene synes rektangelet som er laget etter det gylne snitt (E) er penest.

Det gylne snitt er et fascinerende og ganske spesielt forholdstall som vi finner i naturen, kunsten og arkitekturen. Det gylne snitt hevdes å være estetisk vakkert, det skal være det mest behagelige forhold å se på, og det skal etter sigende gi en opplevelse av harmoni. Det gylne snitt har helt tydelig hatt innflytelse på kunstnere, arkitekter og matematikere i flere tusen år. Vi finner spor av det gylne snitt i antikkens Hellas og blant renessansekunstnere. Merkelig nok synes også naturen å ha en helt spesiell forkjærlighet for dette forholdstallet, for vi finner det gylne snitt på de utroligste områder.

Bilde: Nautilusskjell. Sammenligner du dette med bildet på forsiden, ser du kanskje likheten?



Hva er egentlig det gylne snitt? Ganske enkelt kan vi beskrive det gylne snitt ved å se for oss et helt vanlig linjestykke. Dersom vi deler dette linjestykket i to deler, skal forholdet mellom den korteste delen og den lengste delen være den samme som forholdet mellom den lengste delen og hele linjestykket. Den lengste delen av linjestykket blir dermed 1,618 ganger så lang som den korteste. Likeledes blir hele linjestykket 1,618 ganger så langt som den lengste delen. Forholdstallet det gylne snitt er dermed 1,618 : 1. Det gylne snitt kalles også for phi (uttales fi), og skrives med symbolet Φ.

Vi kan også se eksempler på det gylne snitt ved å bruke rektangelet. Dersom vi har et rektangel hvor de korteste sidene er 1 og de lengste er 1,618, har vi et såkalt gyllent rektangel.

Dersom vi lager et kvadrat i dette rektangelet, vil det som blir til overs bli nok et gyllent rektangel hvor forholdstallene altså er 1,618 : 1. Lager vi så et nytt kvadrat i dette lille rektangelet, får vi enda et gyllent rektangel. Slik kan vi holde på så lenge vi vil. Historien vil gjenta seg, det vil stadig dannes nye gylne rektangler.

Det gylne snitt

- Ved å lage et nytt kvadrat i det lille, gylne rektangelet, får vi et enda mindre gyllent rektangel.
- Dette kan gjenta seg i det uendelige.

Ethvert gyllent rektangel kan deles opp i et kvadrat og et mindre gyllent rektangel.

På 1200-tallet levde det en italiensk matematiker ved navn Leonardo Fibonacci. Fibonacci var sønn av en kjøpmann fra byen Pisa, og siden faren reiste mye, måtte selvsagt sønnen bli med. Det fortelles at den unge Fibonacci ble kjent med de indisk-arabiske tallene på sine reiser, og at kunnskapen om disse vekket hans interesse for matematikk.

Leonardo Fibonacci gjorde flere matematiske oppdagelser, men i denne sammenhengen er det mest interessant for oss å se nærmere på de såkalte Fibonaccitallene. Fibonacci lagde nemlig følgende tallrekke:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987 …osv.

Mønsteret bør være tydelig for de fleste når man ser nærmere på tallrekken. Det er selvsagt slik at hvert enkelt tall er summen av de to foregående. 3 er summen av 1 og 2, 5 er summen av 2 og 3. Elementært, sier kanskje elevene dine, men hva har dette med det gylne snitt å gjøre? Vær tålmodig, vi kommer til det, men først skal vi se hvordan Fibonaccis tall går igjen i naturen.

Du vet sikkert at forskjellige blomster kan ha ulikt antall kronblader, men du visste kanskje ikke at mange av dem har antall kronblader som er fibonaccitall?
Liljer har 3 kronblader, smørblomster har 5, tusenfryd har 34, 55 eller 89, mens en del solsikker har 55 eller 89 kronblader. Samtidig kan vi, dersom vi studerer blomstene mer nøye, se fibonaccitall flere steder. Inne i blomstene finner vi spiraler som går i ulike retninger. Det spesielle er at mange blomster har antall spiraler som tilsvarer fibonaccitall. Likedan kan vi se nærmere på skjellene til furukongler og oppdage at disse består av spiraler som til sammen utgjør fibonaccitall. Dersom vi følger mønsteret på en ananas, vil vi kunne se 21 spiraler, 8 den ene veien og 13 den andre veien. Til og med enkelte trær synes å være knyttet til fibonaccitallene. Tar du utgangspunkt i ei grein og teller antall greiner til du kommer til den greina som står rett over den du begynte med, vil du ofte se at du har kommet fram til et fibonaccitall.

Vi må tilbake til et tidligere stilt spørsmål: Hva har fibonaccitallene å gjøre med det gylne snitt? Det finnes en sammenheng, og den er egentlig ganske enkel å finne. Dersom vi tar to fibonaccitall som står ved siden av hverandre og deler det største på det minste, får vi en sum som ligner det gylne snitt.

3 : 2 = 1,5
5 : 3 = 1,66
8 : 5 = 1,6
13 : 8 = 1,625
21 : 13 = 1,615
34 : 21 = 1,619
55 : 34 = 1,617
89 : 55 = 1,618
144 : 89 = 1,617
233 = 144 = 1,618

Ganske bemerkelsesverdig ser vi altså at vi nærmer oss det gylne snitt. Jo større fibonacci-tallene du regner med er, jo nærmere kommer vi det gylne snitt.

Er musikken matematisk eller er matematikken musikalsk? Vi var tidligere inne på at det gylne snitt anses som harmonisk, det er behagelig å se på, men er det også behagelig å lytte til? Mye kan tyde på nettopp det, for ved å studere pianoet viser det seg at fibonaccitallene også går igjen her. En oktav på et piano består av 13 tangenter. 8 av disse er hvite, mens de resterende 5 er svarte. De svarte tangentene er for øvrig delt inn i grupper på 2 og 3. Fibonaccitall, altså. Fiolinens proporsjoner tilsvarer også det gylne snitt, noe som etter sigende skal gi instrumentet de beste egenskaper. Enkelte hevder også at en rekke komponister har benyttet seg av det gylne snitt når de har komponert musikk. Musikkstykker har blitt inndelt i partier som tilsvarer phi. Hvis du tenker deg et musikkstykke som en linje, kommer gjerne høydepunktet når 61,8 % av stykket er unnagjort. Dette kan selvsagt skyldes at komponister har kjent til phi, og at de dermed har hatt et bevisst ønske om å lage musikk som har samsvart med det gylne snitt.

Innenfor billedkunsten er bruken av det gylne snitt viden kjent. Studerer vi klassiske malerier, vil vi ofte kunne se kunstnere har lagt hovedelementene langs disse gylne punktene. Enkelte kunstnere har helt bevisst arbeidet ut fra det gylne snitt når de har komponert sine bilder, mens andre har hevdet at det bare har blitt slik fordi det har vært naturlig. Andre ganger har man ikke belegg for å påstå at kunstneren selv har hatt noe bevisst forhold til det gylne snitt, men at ettertidens analyser har påstått å kunne finne spor av det.

Det har vært hevdet at blant annet renessansegeniene Leonardo da Vinci og Michelangelo benyttet seg av det gylne snitt i sine arbeider. Leonardo da Vincis Mona Lisa og Nattverden skal etter sigende være malt med tydelige gylne snitt, men kunstneren har selv ikke skrevet om dette i sine notater. Mona Lisas overkropp og ansikt kan omringes av gylne rektangler. Hvis vi tegner et rektangel som strekker seg fra kvinnens høyre håndledd til hennes venstre albue og deretter utvider rektanglet til det når toppen av hodet hennes, får vi et gyllent rektangel. Hvis vi så lager nye gylne rektangler, vil linjene av disse danne viktige knutepunkter omkring haken, øynene, nesen og munnen.

I Michelangelos kjente takmaleri *Adams skapelse* møtes Guds og Adams fingertupper omkring det gylne snitt. Michelangelos skulptur David er et annet eksempel, hvor blant annet navlen er plassert i det gylne snitt.

Dersom du liker å fotografere, har du kanskje brukt prinsipper knyttet til det gylne snitt når du har stått med kameraet i hånden. Etter sigende blir fotografiet mer balansert, harmonisk og mer behagelig å se på dersom du lar hovedelementet ligge ved de gylne punktene. En forenklet måte å komponere fotografier på kalles for the Rule of Thirds. Resultatet blir ikke helt likt det gylne snitt, men det er ikke langt unna. Rule of Thirds går ut på at man ser for seg at man deler bildet i ni like store firkanter. Etter sigende bør man plassere bildets sentrale elementer ved hjørnene av firkanten i midten av bildet. I motsatt fall, dersom du plasserer hovedelementet i midten, blir fotografiet mindre interessant. Også horisontale objekter og linjer bør følge strekene. Mange fotografer vil nok hevde at et fotografi sjelden blir særlig pent dersom man lar horisonten komme midt i bildet. Likevel; det er ingen regel uten unntak, og dersom man alltid skal forholde seg til overnevnte «regler», kan det hele bli litt stivt og kunstig.

Det har vært hevdet menneskekroppens proporsjoner i en del tilfeller samsvarer med det gylne snitt. Noen mener at dette delingsforholdet finnes flere steder på kroppen, blant annet mellom lengden fra skulderen til fingertuppene og lengden fra albuen til fingertuppene. Likeledes skal det være mulig å finne forholdet hvis vi sammenligner lengden på bena i forhold til lengden fra knærne til tærne, navlens plassering i forhold til hele kroppslengden, samt lengden på underarmen i forhold til hånden. Vi skal imidlertid være forsiktige med å være bastante på dette feltet, for mennesker er selvsagt forskjellige.
Tidligere nevnte Leonardo da Vinci mente at den ideelle menneskekroppen hadde nær tilknytning til det gylne snitt, for i hans kjente tegning av den vitruviske mann går forholdet igjen flere steder.

Både gammel og ny arkitektur har vært inspirert av det gylne snitt. Det mest kjente historiske byggverket som hevdes å være bygd ved å følge det gylne snitt er Parthenon i Athen. Dette tidligere tempelet passer godt i et gyllent rektangel.
Av moderne byggverk er det verdt å merke seg at FN-bygningen i New York har hentet elementer fra det gylne snitt. Det har vært hevdet at forholdet mellom byggverkets høyde og bredde er 1,618. Samtidig har det også blitt påstått at hver tiende etasje sammen med bredden danner et gyllent rektangel. Det sies også at mange av vinduene har form som gylne rektangler. Hvorvidt alt dette er eksakt korrekt er vanskelig å si, for informasjonen som er tilgjengelig spriker. Vi kan uansett med sikkerhet si at byggverket er svært nær å fylle kravene til et gyllent rektangel.

En del av de tingene vi bruker i hverdagen har også form som befinner seg i nærheten av det gylne snitt. En standard fyrstikkeske har målene 5,7 cm og 3,5 cm. Forholdet blir dermed 1,62, ikke langt fra phi. Et bankkort har målene 8,6 cm og 5,4 cm. Forholdet blir her 1,59. Hva så med A4-papiret. Det vil være nærliggende å tro at dette er et gyllent rektangel, men her er det annerledes. A4-papiret har målene 29,7 cm og 21 cm, noe som gir forholdet 1,414 – altså langt fra phi. Hvilke andre hverdagsgjenstander kan tenkes å være laget etter det gylne snitt? La gjerne elevene få lov til å komme med forslag, for deretter å måle og regne ut om deres antagelser stemmer.
Gjenstander som det kan være verdt å måle: DVD-cover, mobiltelefoner, konvolutter, TV/data-skjerm og postkasse.

Det gylne snitt

Bilde:	Lenke:	Rettigheter:
Forside	http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Golden_Ratio.png	http://en.wikipedia.org/wiki/public_domain
Fibonacci	http://commons.wikimedia.org/wiki/File:FibonacciC.jpg	http://en.wikipedia.org/wiki/public_domain
Nautilus	http://www.flickr.com/photos/[illegible]/3114723951/	http://creativecommons.org/licenses/by/2.0/deed.en
Prestekrage	http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Leucanthemum_vulgare_003.JPG	http://en.wikipedia.org/wiki/en:GNU_Free_Documentation_License
Solsikker	http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sunflowers.jpg	http://en.wikipedia.org/wiki/public_domain
Ananas	http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pineapple1.JPG	http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.en
Noter	http://commons.wikimedia.org/wiki/File:BWV847_measures_1-8_Fuga_a_3_voci.png	http://en.wikipedia.org/wiki/en:GNU_General_Public_License
Mona Lisa	http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Mona_Lisa.jpg	http://commons.wikimedia.org/wiki/Public_domain
Adams skapelse	http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Adam_na_[illegible].jpg	http://commons.wikimedia.org/wiki/Public_domain
Parthenon	http://www.flickr.com/photos/[illegible]/[illegible]/sizes/o/in/photostream/	http://creativecommons.org/licenses/by/2.0/
Vitruvius	http://en.wikipedia.org/wiki/File:Uomo_Vitruviano.jpg	http://en.wikipedia.org/wiki/public_domain
Kredittkort	http://en.wikipedia.org/wiki/File:Smartcard2.png	http://en.wikipedia.org/wiki/en:GNU_Free_Documentation_License
Fyrstikker	http://en.wikipedia.org/wiki/File:Matchbox_Black_Cat_from_Czechoslovakia.jpg	http://en.wikipedia.org/wiki/en:GNU_Free_Documentation_License
FN	http://en.wikipedia.org/wiki/File:UN_HQ_[illegible].jpg	http://creativecommons.org/licenses/by/2.0/deed.en
Foto	http://www.flickr.com/photos/[illegible]/[illegible]/	http://creativecommons.org/licenses/by/2.0/deed.en