

Areal



Foto: Skal du male, må du kjenne til beregning av areal.

Areal

- Areal forteller oss hvor stor flaten av et rom, et område eller en figur er.
- Areal måles som oftest med kvadratmeter (m^2) eller kvadratkilometer (km^2).
- Beregning av areal spiller en svært viktig rolle på en rekke områder i samfunnet.



For å vite hvor mye materiale du skal kjøpe når du skal bygge noe, må du kjenne til hvordan du regner ut areal.

Areal, også kalt flateinnhold, er et mål på størrelsen på overflaten til en gjenstand eller et objekt. Areal kan også defineres som flaten av et rom, et område eller en figur.

Areal måles som oftest med kvadratmeter (m^2) eller kvadratkilometer (km^2), men i ulike sammenhenger kan også kvadratmillimeter, kvadratcentimeter, dekar og hektar benyttes.

Å kunne vite hva areal er, samt å kjenne til hvordan vi beregner det er ganske nødvendig, for areal spiller en viktig rolle i dagens samfunn. Areal benyttes når vi skal vite størrelsen på boliger og eiendommer, og det er også slik at for mange varer angis prisen per kvadratmeter. For industrielle foretak er det helt sentralt å kunne beregne areal. Her handler det om å redusere kostnader både når det gjelder produksjonens råvarer og emballasje. I tekstilindustrien kan for eksempel datamaskiner og roboter beregne hvordan tekstilene blir utnyttet best mulig slik at minst mulig stoff går til spille.

Innenfor jordbruk og skogbruk har areal i lang tid spilt en essensiell rolle, og det samme kan sies om moderne teknologisk design og ingeniørkunst.

Bilde: Bygging av terrasse. Her er det nødvendig å kjenne til hvilket areal terrassen skal ha, for da vet du hvor mye materiale du må kjøpe.

Areal

- Standardenheten for areal er kvadratmeter.
- Tenk deg at kvadratet du ser her har sider som er 1 meter.
- Vi finner arealet ved å gange side med side.



Areal av kvadrat = side · side
 $1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ m}^2$.

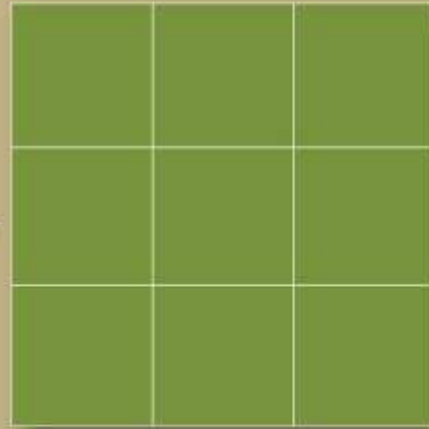
Når vi ganger m med m, blir det m^2 . Dette uttaler vi som kvadratmeter.

Som vi var inne på er det kvadratmeter som er standardenheten for areal. En kvadratmeter er et flatestykke som er like stort som en firkant med rette hjørner og like lange sider, alle 1 meter. Dette betyr at når vi har et kvadrat hvor sidene er 1 meter, blir arealet 1 kvadratmeter (m^2). Vi finner ganske enkelt arealet av kvadratet ved å multiplisere side med side. 1 meter

Areal

- Hvor mange kvadrater med størrelse 1 m^2 får du plass til i dette kvadratet?
- Hva er arealet av kvadratet?

3 meter



3 meter

Areal

- Et sjakkbrett er et kvadrat som er oppdelt i 64 mindre kvadrater.



Hva er arealet av hvert lille kvadrat?

Et sjakkbrett er et kvadrat som er delt opp i 64 mindre kvadrater. Kan elevene finne ut
Hvert lille kvadrats areal vil være $4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 16$
 cm^2 .

Dette finner vi ved å multiplisere 16 cm^2 med 64. Vi får svaret 1024 cm^2 .
En annen metode vil være å multiplisere to av sjakkbrettets sider. Hver side er 32 cm
lang. $32 \text{ cm} \cdot 32 \text{ cm} = 1024 \text{ cm}^2$.

Areal

- Å regne ut arealet av et rektangel gjøres ved å gange lengde med bredde.

Areal = lengde · bredde
Hva blir arealet av rektangelet til høyre?

3 meter



2 meter

Rektangelet er, som kvadratet, en form som det er enkelt å regne ut arealet av. I og med at rektangelet kjennetegnes av å være en rettvinklet firkant med parvis like store motstående sider, blir formelen for areal av rektangelet som følger: Areal = lengde · bredde.

Areal

- Fotballbaner har form som et rektangel.



Som mange andre baner er Manchester Uniteds hjemmebane Old Trafford 105 meter lang og 68 meter bred. Omtrent hvor stort er arealet av banen?

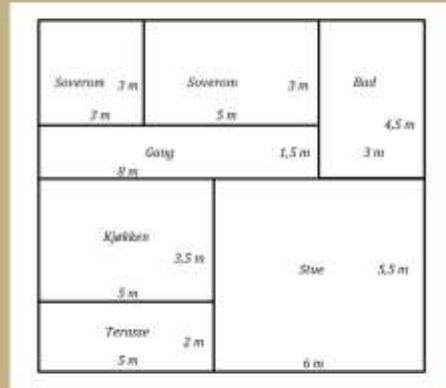
Hva er arealet av en fotballbane? Fotballbaner har bestemte mål, men det er likevel ikke alltid at de er nøyaktig like store. Tidligere var det slik at de internasjonale målene for en fotballbane var knyttet til minimums og maksimumsmål. Det het at banen skulle være mellom 100 og 110 meter lang, og mellom 64 og 75 meter bred. I de senere år har den internasjonale standarden for fotballbaner vært 105 meter · 68 meter. I dag har mange kjente fotballbaner disse målene, deriblant Manchester Uniteds hjemmebane Old Trafford som vi ser avbildet.

Arealet av Old Trafford blir $105 \text{ m} \cdot 68 \text{ m} = 7140 \text{ m}^2$.

Vi kan for øvrig nevne at fotballklubben Arsenal's tidligere hjemmebane, Highbury, var kjent for å være ganske liten. Med målene $101 \text{ m} \cdot 67 \text{ m}$ hadde spillerne til sammen 6767 m^2 å boltre seg på, altså nesten 400 m^2 mindre enn dagens standard.

Areal

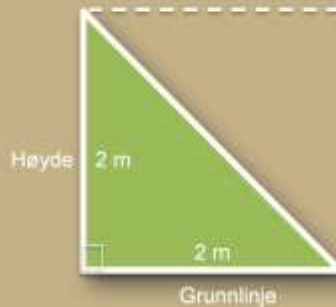
- Boligene våre måles i kvadratmeter.
- Hva er arealet av boligen som vi ser tegning av til høyre?
- Hvilket rom har størst areal?
- Hvilket rom har minst areal?



Som vi har vært inne på er areal og arealberegning viktig på en rekke samfunnsområder. Boligene våre måles i kvadratmeter. Når vi skal kjøpe, selge eller leie bolig er arealet blant de aller viktigste kriteriene. Det handler naturlig nok om å finne en bolig som passer til ens eget behov. Samtidig er det også slik at prisen per kvadratmeter gir en god indikasjon på prisstigning blant boliger. Over har vi laget en tegning av en bolig og skrevet inn målene for hvert rom. La elevene finne ut boligens samlede areal, og gjerne også arealet av hvert enkelt rom.

Areal

- Hvordan regner vi ut arealet av en trekant?
- Vi ganger grunnlinje med høyde.
- Deretter må du huske å dele på 2.



Hvorfor er det så viktig at du husker å dele på 2? Hva skjer dersom du ikke deler på 2?

Når vi skal regne ut arealet av en trekant, må vi ta utgangspunkt i metodene vi har brukt for kvadrat og rektangel for deretter å dele på 2. Formelen for trekanters areal blir dermed som følger: $\text{Grunnlinje} \cdot \text{høyde} : 2$

Det er egentlig opp til hver enkelt å velge hva som skal være grunnlinje og høyde i en trekant. Grunnlinjen kan være hvilken som helst av de tre sidene. Det er imidlertid viktig at høyden står 90° på denne grunnlinjen, samt at høyden går til det hjørnet som ikke er i kontakt med grunnlinjen.

Dersom vi skal finne arealet av en rettvinklet trekant, blir dette enkelt. Da kan vi la de to hosliggende sidene til 90° vinkelen utgjøre grunnlinje og høyde. Når vi har multiplisert grunnlinjen med høyden, må vi til slutt huske å dele på 2. Hvis vi glemmer det, har vi i stedet regnet ut arealet av kvadratet som er illustrert ved de stiplede linjene i figuren over. Dette kvadratet har dobbelt så stort areal som trekanten, det er altså plass til to like store trekanter i kvadratet. I eksemplet vil vi derfor få regnestykket $2 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} : 2 = 2 \text{ m}^2$.

Areal

- Seilet på bildet har form som en trekant.
- Kan du regne ut arealet av seilet?

Hvorfor er det viktig at seilet ikke er for stort eller for lite? Hva ville ha skjedd dersom seilet hadde hatt dobbelt så stort areal?



Seilet vi ser avbildet har form som en trekant. Seilet er ganske sikkert dimensjonert til den lille båten. Et for lite seil ville gitt for liten overflate til at man kunne oppnå særlig fart, mens det i motsatt fall, med et for stort seil, ville blitt vanskelig å manøvrere og farlig å begi seg til sjøs med.

Vi legger raskt merke til at seilet ikke har form som en rettvinklet trekant. Siden vi vet at vi må kjenne til høyden i trekanten for å regne ut dens areal, må vi derfor konstruere en 90° vinkel på grunnlinjen og trekke en linje til det hjørnet som ikke er i kontakt med grunnlinjen. Dette har vi gjort, vi har målt grunnlinje og høyde og kommet fram til følgende tall: Grunnlinje = 5 meter. Høyde = 3 meter.

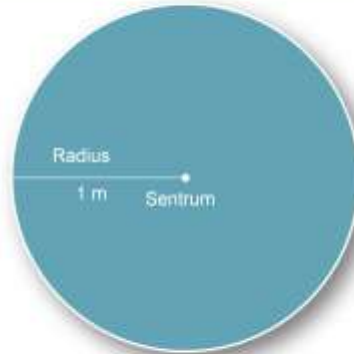
Arealet av seilet blir med det $5 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} : 2 = 7,5 \text{ m}^2$. Så kan man spørre seg hvordan den lille båten ville ha oppført seg dersom arealet av seilet var $2,5 \text{ m}^2$ eller 15 m^2 .

Areal

- Det er ganske lett å regne ut arealet av sirkler.
- Alt du trenger å vite er hvor lang sirkelens radius er.

$$\text{Areal av sirkel} = \pi \cdot r \cdot r$$

$$\pi \text{ (pi)} = 3,14$$
$$\text{Radius} = 1 \text{ meter}$$



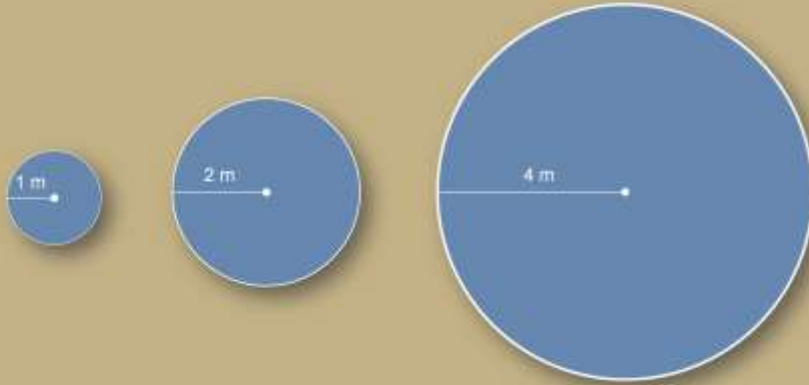
$$3,14 \cdot 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 3,14 \text{ m}^2$$

Det kan synes lett å regne ut arealet av rette figurer som rektangler, kvadrater og trekkanter. Å finne ut hvor stor flate en sirkel dekker kan derimot virke mer krevende. I alle fall har sirkelen medført mye hodebry for matematikere opp gjennom historien, men takket være kloke hoders nitide funderinger og eksperimenter finnes det også her en enkel formel som vi kan benytte oss av. (Les mer om dette i presentasjonen Pi.)

Arealet av enhver sirkel finner vi ved å bruke formelen πr^2 . Elevene kjenner sikkert til at π , uttalt som pi, tilsvarer tallet 3,14. Vi trenger med det kun å kjenne til sirkelens radius for å kunne regne ut arealet. Radius er avstanden fra sentrum til ethvert punkt på sirkelen, også kalt sirkelperiferi. Sirkelens radius tilsvarer halvparten av diameteren. Diameteren blir dermed avstanden fra et punkt på sirkelen via sentrum og til det motstående punktet på sirkelen.

Areal

- Kan du anslå hva arealet av de tre sirklene er?
- Hvor mye større blir sirklenes areal når radius fordobles?

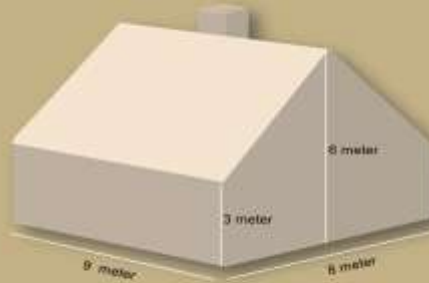


Med formelen

Areal

Først måle, så male!

- Hvis du skal male et hus, må du kjenne til arealet av veggene.
- Klarer dere finne ut hvilket areal husets fire vegger har til sammen?



Hvor mye maling må du kjøpe dersom 1 liter dekker 10 m²?

Oppgave: Hva er arealet av husets fire vegger?

Det er nyttig å kunne beregne areal når vi for eksempel skal male et hus. Det finnes mange ulike typer maling på markedet, og hvor mange kvadratmeter en liter vil dekke avhenger av produktet og underlaget. Vi ser for oss at en liter av vår maling dekker 10 kvadratmeter. Vi må dermed finne ut hvor stort arealet av husets fire vegger er. Vi utstyrrer oss med stige, målebånd, papir og blyant og skrider til verket. Nå skal huset måles og males. Etter litt arbeid kommer vi fram til husets mål, og disse blir skrevet ned på en skisse vi har laget av huset. Vi må nå regne ut hvor store arealer som skal males (vi ser bort fra vinduer og dører). Deretter kan vi finne ut hvor mange liter maling vi må kjøpe.

Løsning:

Den lengste veggen har form som et rektangel, $9\text{ m} \cdot 3\text{ m}$. Arealet av denne veggen er altså 27 m^2 . Det er to slike vegger, til sammen 54 m^2 .

Den korteste veggen må vi dele opp i et rektangel og en trekant. Rektangelets areal finner vi ved å gange 8 m med 3 m , altså 24 m^2 . Trekantens areal blir $8\text{ m} \cdot 3\text{ m} : 2 = 12\text{ m}^2$. Hver av disse veggene er $24\text{ m}^2 + 12\text{ m}^2 = 36\text{ m}^2$. Det er også to slike korte vegger, til sammen 72 m^2 .

Samlet veggareal som skal males blir med det $54 \text{ m}^2 + 72 \text{ m}^2 = 126 \text{ m}^2$.
En liter maling dekker 10 m^2 . Dette betyr at vi trenger om lag 12,6 liter maling for å male hele huset med ett strøk.

Areal

- Når det er snakk om store arealer, brukes ofte enheter som dekar og hektar.
- Særlig gjelder dette for skog, tomter og landbrukseiendommer.



1 dekar er det samme som 1 000 kvadratmeter.

I en del sammenhenger hvor det er snakk om store arealer får vi høre om begreper som hektar og dekar. Mest kjent er kanskje bruken av disse enhetene i forbindelse med skog, landbrukseiendommer og tomter. Vi legger inn en enkel oversikt over hva hektar og dekar tilsvarer.

1 dekar = 1 000 m²

10 dekar = 1 hektar

1000 dekar = 1 km²

I følge Norges Bondelag utgjør dyrket mark 3,4 % av Norges landareal. Dette betyr at 10,3 millioner dekar av arealet i landet vårt er oppdyrket. Dersom vi deler det på alle innbyggerne i landet vårt, finner vi ut at det tilsvarer 2,2 dekar (2 200 kvadratmeter) på hver og en av oss. For å få et perspektiv på hvor mye dette er, kan vi se for oss at vi har hvert vårt kvadrat med dyrket mark hvor hver side er 47 meter.

Areal



I Norge har vi 10,3 millioner dekar dyrket mark. Hvis vi hadde delt dette på alle innbyggerne i landet vårt, hadde hver person fått 2,2 dekar hver.



Jordens store områder, sjøer og land angir vi i kvadratkilometer. En kvadratkilometer tilsvarer 1 000 000 kvadratmeter. For å få et inntrykk av hvor stort dette er, kan vi tenke oss et kvadrat hvor hver side er 1 000 meter. Norges areal er 323 782 kvadratkilometer (Svalbard og Jan Mayen er ikke inkludert). Det vil si at landet vårt teoretisk sett består av i overkant av 323 000 slike kvadrater. Dette gir oss et bilde av at landet vårt er stort, men sammenlignet med en del andre land er det likevel ganske lite.

Areal

Norge blir lite når vi sammenligner arealet med jordens største land og hav.

Land:	Areal (km ²):
Russland	17 098 242
Canada	9 984 670
USA	9 826 630
Kina	9 571 300
Brasil	8 514 877

Hav:	Areal (km ²):
Stillehavet	169 000 000
Atlanterhavet	106 000 000
Indiahavet	73 000 000
Sørishavet	20 000 000
Nordishavet	12 000 000



Regnet etter areal er Russland det desidert største landet i verden. Med et areal på over 17 millioner kvadratkilometer utgjør landet over 11 prosent av jordens samlede landareal. Russland er over femti ganger så stort som Norge, samtidig også er nesten dobbelt så stort som landet som er nest størst, Canada. Dette nordamerikanske landets areal er i underkant av 10 millioner kvadratkilometer.

Men selv Russland blir lite når vi sammenligner det med jordens største hav. Stillehavets areal blir anslått til å være om lag 169 millioner kvadratkilometer, altså nesten ti ganger så stort som det Russland (og godt over 500 ganger så stort som Norge).

